

**STOCHASTIC DEMAND IN VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH COMPARTMEN****Nur Mayke Eka Normasari<sup>\*1</sup>, Anjas Fikhri Warangga<sup>1</sup>, Widyasari Her Nugrahandika<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Departemen Teknik Mesin dan Industri Fakultas Teknik<sup>2</sup>Departemen Teknik Arsitektur dan Perencanaan

Universitas Gadjah Mada

Jl. Grafika No. 2 Yogyakarta 55281 Indonesia

Email: <sup>\*</sup>mayke@ugm.ac.id**Abstract**

*Commonly, customer demand changes every time as we call it uncertainty. To cope with it, this research focuses on the development of stochastic demand in the deterministic model of Vehicle Routing Problem with Compartment (VRPC). VRPC in this study considers the characteristics of split delivery, multi product, and time windows. The stochastic demand in this research was built using a scenario-based approach, where demand is considered as a discrete time process and modeled using discrete scenarios that vary with time. Furthermore, it is used in the deterministic model of VRPC. Changes in demand over time are considered as normal distribution. The stochastic VRPC model is solved using robust approach with the worst and average sampling demand. The results obtained indicate that the stochastic VRPC model gets the minimum unmet demand for the worst sampling demand compared to the average sampling demand with the trade-off on its the costs.*

*Keyword: Stochastic demand, VRPC, scenario-based approach, robust approach, discrete time process, sampling demand*

**Abstrak**

Kondisi umum yang biasa terjadi pada sistem distribusi yaitu jumlah *customer demand* yang berubah tiap waktu atau dengan kata lain *demand* tersebut berada di bawah ketidakpastian. Penelitian ini focus pada pengembangan *stochastic demand* pada model deterministic *Vehicle Routing Problem with Compartment (VRPC)*. *VRPC* dalam penelitian ini mempertimbangkan karakteristik *split delivery*, *multi product*, dan *time windows*. *Demand* yang bersifat *stochastic* dalam penelitian ini dibangun menggunakan *scenario-based approach*, dimana *demand* dipertimbangkan sebagai *discrete time process* dan dimodelkan dengan menggunakan skenario diskrit yang berbeda-beda terhadap waktu. Selanjutnya digunakan pada model deterministik *VRPC*. Perubahan *demand* terhadap waktu dianggap mengikuti distribusi normal. Model *stochastic VRPC* diselesaikan dengan pendekatan *robust* menggunakan *sampling demand* terburuk dan rata-rata. Hasil yang didapatkan menunjukkan bahwa model *stochastic VRPC* mendapatkan minimal *unmet demand* pada *sampling demand* terburuk dibandingkan dengan *sampling demand* rata-rata dengan *trade-off* pada biaya yang dihasilkan.

*Kata Kunci: Stochastic demand, VRPC, scenario-based approach, robust approach, discrete time process, sampling demand*

## 1. Latar Belakang Masalah

*Vehicle Routing Problem (VRP)* merupakan topik penelitian yang telah lama ada, yang pertama kali diteliti oleh Dantzig dan Ramser [1] dengan judul “*The Truck Dispatching Problem*”. Penelitian tersebut mengambil kasus pendistribusian bahan bakar bensin dengan menggunakan truk ke sejumlah *service station*. Tujuan dari penelitian tersebut yaitu membuat formulasi untuk mendapatkan minimum total jarak tempuh truk dan tercapainya seluruh *demand*.

Setelah penelitian pertama *VRP* dilakukan, banyak peneliti lain yang kemudian mengembangkannya. Beberapa varian dari *VRP* yang telah diteliti yaitu *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)*, *Multi Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP)*, *Vehicle Routing Problem with Backhauls (VRPB)*, *Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)*, *Multiple Trip Vehicle Routing Problem (MTVRP)*, dan *Mixed Fleet Vehicle Routing Problem (MFVRP)* [2]. Berbagai varian penelitian *VRP* didasari dari penyesuaian dengan berbagai macam kondisi dalam sistem nyata. Untuk mewujudkan model *VRP* yang realistis, para peneliti menggunakan kombinasi dari berbagai varian *VRP* yang telah ada seperti *Vehicle Routing Problem with Split Delivery and Time Windows (VRPSDTW)*, *Multi Depot Vehicle Routing Problem with Time Windows (MDVRPTW)*, dan lain sebagainya. Dari berbagai macam varian *VRP* tersebut, *Vehicle Routing Problem with Compartment (VRPC)* merupakan masalah optimasi yang belum banyak mendapat perhatian, padahal beberapa sistem nyata sistem pendistribusian melibatkan kendaraan yang memiliki kompartemen.

*VRPC* merupakan permasalahan *VRP* yang melibatkan kendaraan transportasi yang memiliki kompartemen atau sekat untuk memisahkan produk yang didistribusikannya. *VRPC* memiliki aplikasi nyata berupa pendistribusian bahan bakar, minyak [3], susu [4], maupun limbah daur ulang. Perusahaan minyak atau bahan bakar biasa mengirimkan berbagai tipe produknya dengan satu kendaraan. Untuk memisahkan tipe produk tersebut, kendaraan truk yang digunakan harus memiliki beberapa ruangan bersekat karena tipe produk tersebut tidak dapat dicampurkan dalam satu ruangan. Selain itu, terdapat beberapa perusahaan makanan yang mengirimkan berbagai jenis makanan dengan menggunakan truk yang memiliki kompartemen. Kompartemen pada truk tersebut bertujuan untuk memisahkan makanan yang bersifat kering dan beku.

Kondisi umum yang biasa terjadi pada sistem distribusi yaitu jumlah *customer demand* yang berubah tiap waktu tertentu atau dengan kata lain *demand* tersebut berada di bawah ketidakpastian. Oleh karena itu salah satu cara membuat formulasi *VRP* yang lebih realistis yaitu dengan menambahkan parameter yang bersifat *stochastic* seperti *customer demand*. Beberapa tahun ke belakang, masih belum banyak penelitian terkait *VRP* dengan menggunakan parameter *stochastic*. Dalam hal ini, *stochastic*, *dynamic*, dan *fuzzy version* dari *VRP* tidak banyak diperelajari dikarenakan kompleksitas komputasi dan kelangkaan *microcomputers* [5]. Pada beberapa tahun belakangan ini baru beberapa penelitian mengenai *VRP stochastic* dilakukan. Tabel 1 menampilkan review terkait penelitian tentang *VRP* [6].

Terdapat sebanyak 277 artikel mengenai *VRP* yang diterbitkan dari tahun 2009 hingga 2015 [6]. Tabel 1 menunjukkan bahwa terdapat 20 artikel (6,12%) mengenai *stochastic VRP*.

Penelitian ini berusaha mengembangkan model *VRPC* dengan menggunakan parameter *stochastic* dengan tujuan model tersebut dapat lebih merepresentasikan sistem nyata. Model *stochastic VRPC* ini memiliki karakteristik *split delivery multi product*, dan *time windows*. Model yang dibuat nantinya dapat diaplikasikan pada sistem pendistribusian bahan bakar, pendistribusian minyak, pendistribusian limbah daur ulang pada perusahaan *recycling* dengan lebih merepresentasikan sistem nyata tersebut karena menggunakan parameter *stochastic demand*.

Tabel 1. *Review* penelitian terkait *VRP* [6]

<i>Characteristic</i>	<i>Number of models</i>	<i>Relative presence overall (%)</i>
<i>Capacitated vehicles</i>	296	90,52
<i>Heterogeneous vehicles</i>	54	16,51
<i>Time windows</i>	124	37,92
<i>Backhauls</i>	61	18,65
<i>Multiple depots</i>	36	11,01
<i>Recourse allowed</i>	31	9,48
<i>Multi-period time horizon</i>	29	8,87
<i>Precedence and coupling constraints</i>	28	8,56
<i>Subset covering constraints</i>	28	8,56
<i>Split deliveries allowed</i>	20	6,12
<i>Stochastic demands</i>	20	6,12
<i>Unknown demands</i>	6	1,83
<i>Time-dependent travel times</i>	10	3,06
<i>Stochastic travel times</i>	9	2,75
<i>Unknown travel times</i>	5	1,53
<i>Dynamic requests</i>	8	2,45

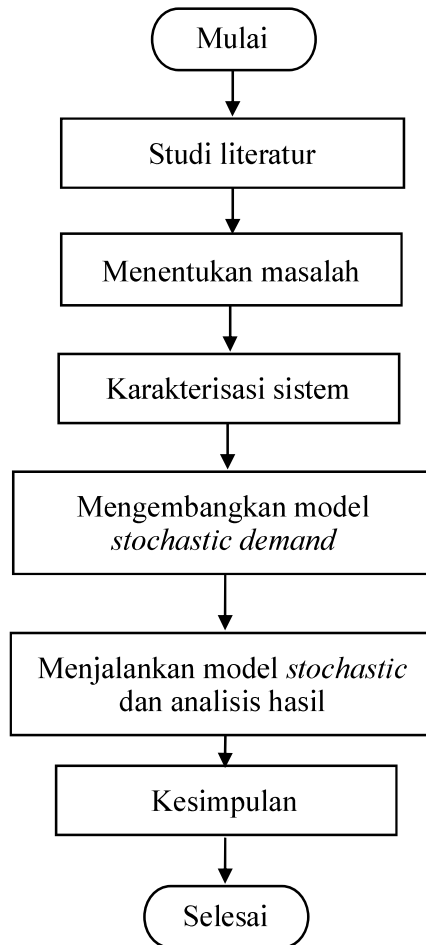
## 2. Metodologi Penelitian

Penelitian ini dimulai dengan mengevaluasi penelitian terkait *VRP* untuk mengetahui kemungkinan perkembangan yang bisa dilakukan. Karakterisasi sistem yang akan diteliti selanjutnya akan dirumuskan untuk mempertegas asumsi dan batasan dari penelitian yang dilakukan. Setelah itu dilakukan pengembangan model berdasarkan sistem yang telah dirumuskan. Model yang dibangun adalah model *stochastic demand* dalam *VRPC*. Model *VRPC* dengan *stochastic demand* dalam penelitian ini dikembangkan dari model deterministik *VRPC* yang dibangun oleh Normasari dan Warangga [7] dengan mempertimbangkan permintaan konsumen yang bersifat tidak pasti dan asumsi distribusi dari permintaan tersebut diketahui.

Pengembangan model *stochastic demand* pada *VRPC* dilakukan dengan mempertimbangkan permintaan konsumen sebagai *discrete time process* yang akan dimodelkan menggunakan skenario diskrit yang berbeda-beda terhadap waktu. Permintaan konsumen diasumsikan mengikuti pola distribusi normal dengan nilai rata-rata ( $\mu$ ) dan standar deviasi ( $\sigma$ ) yang berbeda tiap produk tetapi sama pada tiap titik konsumen. Dalam penelitian ini, permintaan konsumen untuk produk pertama memiliki rata-rata 4000 dan standar deviasi 1000, sedangkan produk 2 memiliki rata-rata 2000 dengan standar deviasi 500.

Model yang telah dibangun dijalankan dan dievaluasi dengan pendekatan *robust* yaitu dengan menentukan keputusan rute berdasarkan kemungkinan terburuk dari *demand* tiap konsumen dan rute dengan *demand* rata-rata tiap konsumen. Kemungkinan terburuk pada *demand* diartikan sebagai *demand* terbanyak tiap produk tiap konsumen. Proses pertama yang dilakukan yaitu dengan membangkitkan *demand* tiap konsumen yang dibangun kedalam beberapa skenario diskrit. Selanjutnya, ditentukan *demand* terbanyak dan *demand* rata-rata tiap konsumen di antara skenario-skenario yang dibuat. Cara tersebut telah dilakukan oleh Cao, Lai, dan Yang [8] dalam penelitiannya yang disebut dengan '*the maximum demand strategy*' dan '*the average demand strategy*'. Dari hasil penentuan rute berdasarkan *demand*

terbanyak, akan didapatkan rute yang dengan pasti dapat menyelesaikan seluruh skenario-skenario yang telah dibuat tanpa adanya *unmet demand* dengan adanya penambahan pada total biaya transportasi. Sedangkan dengan penentuan rute berdasar *demand* rata-rata, akan didapat rute yang memiliki total biaya lebih rendah tetapi terjadi sejumlah *unmet demand*. Langkah-langkah dalam penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram alir penelitian

### 3. Hasil dan Pembahasan

#### 3.1. Pengembangan Kasus *Stochastic*

Kasus VRP yang dilakukan untuk proses *stochastic* termasuk dalam skala kasus sederhana dengan 6 titik (1 depot, 5 konsumen), dengan 2 produk, 2 kompartemen, dan 3 kendaraan yang dapat digunakan. Nilai parameter yang telah ditentukan dapat dilihat pada Tabel 2-5. Sedangkan untuk parameter permintaan tiap konsumen akan dibuat dalam skenario-skenario diskrit.

Tabel 2. Data matriks biaya

Titik	Depot	K1	K2	K3	K4	K5
Depot	0	7	11	6	8	5
Konsumen 1	7	0	12	10	15	9
Konsumen 2	11	12	0	14	11	13
Konsumen 3	6	10	14	0	8	12
Konsumen 4	8	15	11	8	0	9
Konsumen 5	5	9	13	12	9	0

Keterangan: K1,...,K5 = Konsumen 1,...,Konsumen 5.

Tabel 3. Data matriks waktu tempuh

Titik	Depot	K1	K2	K3	K4	K5
Depot	0	35	55	30	40	25
Konsumen 1	35	0	60	50	75	45
Konsumen 2	55	60	0	70	55	65
Konsumen 3	30	50	70	0	40	60
Konsumen 4	40	75	55	40	0	45
Konsumen 5	25	45	65	60	45	0

Keterangan: K1,...,K5 = Konsumen 1,...,Konsumen 5.

Tabel 4. Data matriks *time windows*

Titik	Waktu Awal	Waktu Akhir
Depot	0	1000
Konsumen 1	40	250
Konsumen 2	60	280
Konsumen 3	80	320
Konsumen 4	100	380
Konsumen 5	80	350

Tabel 5. Data kapasitas dan waktu servis

Kapasitas kompartemen	8000
Service time	30

### 3.2. Skenario Permintaan konsumen

Skenario diskrit akan dibuat sejumlah 10 skenario mengikuti penelitian Aguirre, Coccola, Zamarripa, Méndez, dan Espuña [9], dan hal tersebut dapat dikatakan efisien diterapkan pada model matematis yang dibangun sebelumnya karena permasalahan VRP yang cukup kompleks.

Jumlah *demand* tiap produk tiap konsumen akan dibangkitkan dengan membangkitkan terlebih dahulu random probability untuk kemudian dihitung jumlah *demand* tersebut berdasarkan random probability yang di-generate terhadap fungsi distribusi normal dengan rata-rata dan standar deviasi yang telah diasumsikan sebelumnya. Permintaan konsumen yang telah diskenariokan dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Skenario permintaan konsumen

<i>Demand (<math>d_{jr}</math>)</i>			$d_{11}$	$d_{21}$	$d_{31}$	$d_{41}$	$d_{51}$	$d_{12}$	$d_{22}$	$d_{32}$	$d_{42}$	$d_{52}$
Skenario	1	RP	0,66	0,15	0,74	0,14	0,30	0,35	0,02	0,57	0,51	0,48
		SD	4438	2986	4651	2946	3498	1808	978	2091	2019	1980
	2	RP	0,63	0,06	0,57	0,77	0,14	0,34	0,44	0,45	0,32	0,80
		SD	4338	2448	4193	4767	2953	1802	1925	1940	1769	2421
	3	RP	0,08	0,10	0,38	0,58	0,73	0,98	0,42	0,72	0,30	0,05
		SD	2619	2771	3718	4212	4617	3127	1911	2292	1738	1187
	4	RP	0,01	0,47	0,69	0,31	0,79	0,94	0,79	0,67	0,45	0,49
		SD	1508	3927	4498	3529	4818	2796	2407	2233	1941	1989
	5	RP	0,21	0,86	0,75	0,27	0,79	0,76	0,17	0,61	0,89	0,45
		SD	3224	5123	4678	3417	4808	2359	1531	2150	2623	1948
	6	RP	0,81	0,48	0,21	0,55	0,93	0,73	0,94	0,04	0,43	0,28
		SD	4880	3964	3206	4147	5494	2307	2821	1138	1917	1719
	7	RP	0,92	0,53	0,66	0,20	0,32	0,65	0,85	0,39	0,59	0,35
		SD	5443	4085	4439	3176	3552	2197	2534	1865	2125	1813
	8	RP	0,78	0,61	0,62	0,64	0,26	0,08	0,53	0,63	0,67	0,95
		SD	4806	4281	4325	4381	3365	1304	2041	2167	2232	2864
	9	RP	0,62	0,33	0,36	0,73	0,71	0,09	0,55	0,38	0,99	0,50
		SD	4327	3567	3652	4637	4566	1357	2064	1853	3281	2004
	10	RP	0,23	0,47	0,61	0,86	0,08	0,98	0,93	0,72	0,64	0,40
		SD	3290	3928	4294	5108	2640	3094	2742	2294	2180	1881

Keterangan:  $d_{jr}$  = Jumlah *demand* produk  $r$  di titik  $j$ , RP=Random Probability, SD=Simulated Demand

### 3.3. Perhitungan Kasus *Stochastic*

Perhitungan kasus *stochastic* dilakukan pada pada seluruh skenario yang dibuat, ditambah satu proses *sampling* yang merupakan kemungkinan terburuk dari *demand* tiap konsumen dengan mengambil jumlah *demand* tertinggi tiap konsumen di antara skenario yang ada. Kemudian dilakukan proses *sampling* kedua yaitu dengan mengambil nilai *demand* rata-rata. *Sampling* *demand* tertinggi dan *demand* rata-rata tiap konsumen dapat dilihat pada Tabel 7 dan 8. Hasil perhitungan dengan skenario 1 sampai 10, *sampling demand* terbanyak dan *sampling demand* rata-rata diperlihatkan pada Tabel 9.

Tabel 7. *Sampling* Jumlah *demand* terbanyak

<i>Sampling</i>	$d_{jr}$	<i>Simulated demand</i>
<i>Sampling demand terbanyak</i>	$d_{11}$	5443
	$d_{21}$	5123
	$d_{31}$	4678
	$d_{41}$	5108
	$d_{51}$	5494
	$d_{12}$	3127
	$d_{22}$	2821
	$d_{32}$	2294
	$d_{42}$	3281
	$d_{52}$	2864

Tabel 8. *Sampling* jumlah *demand* rata-rata

<i>Sampling</i>	$d_{jr}$	<i>Simulated demand</i>
<i>Sampling demand rata-rata</i>	$d_{11}$	3887
	$d_{21}$	3708
	$d_{31}$	4166
	$d_{41}$	4032
	$d_{51}$	4031
	$d_{12}$	2215
	$d_{22}$	2095
	$d_{32}$	2002
	$d_{42}$	2183
	$d_{52}$	1981

Dari hasil perhitungan seluruh skenario, penggunaan *sampling demand* terbanyak menghasilkan total biaya sebesar 90, yang lebih besar dibandingkan dengan rute lainnya, akan tetapi rute yang dihasilkan dapat mencakup seluruh skenario yang ada sehingga dapat menghindari terjadinya *unmet demand*. Sedangkan jika menggunakan hasil *sampling demand* rata-rata, total biaya yang dibutuhkan sebesar 63, tetapi memiliki kemungkinan terjadinya *unmet demand*. Jumlah *unmet demand* yang terjadi dengan menerapkan solusi *robust sampling demand* rata-rata diperlihatkan pada Tabel 10. Persentase *unmet demand* rata-rata yang dapat terjadi yaitu sebesar 3,3% pada produk 1, dengan kemungkinan *unmet demand* pada produk 2 yaitu 0%.

Pemilihan antara kedua solusi *robust* didasarkan pada kondisi aturan nyatanya. Jika memang diharuskan pemenuhan *demand* terhadap seluruh konsumen, maka dapat dipilih rute dengan *sampling demand* terbanyak. Jika memang tujuannya sesuai dengan fungsi objektif yaitu minimasi total biaya, maka dapat dipilih rute dengan *sampling demand* rata-rata karena menghasilkan total biaya rute yang lebih sedikit akan tetapi dapat terjadi sejumlah *unmet demand*.

Dari perhitungan kasus *stochastic* yang dilakukan, sudah dapat dilihat bahwa penentuan rute dapat dilakukan dengan adanya ketidakpastian permintaan konsumen atau *stochastic demand*. Akan tetapi solusi yang dihasilkan merupakan hasil dari kemungkinan terburuk yang terjadi (munculnya kemungkinan *demand* tertinggi tiap konsumen) dengan tujuan menghindari kerugian yang diakibatkannya tidak terpenuhinya seluruh *demand*. Selain itu kasus yang analisis juga masih termasuk kasus yang sangat sederhana, sehingga sangat dibutuhkan pengembangan dari penanganan kasus *stochastic demand* oleh model matematis yang dibuat.

Tabel 9. Hasil Perhitungan Seluruh Skenario

Skenario	Kendaraan	Rute	Total biaya
1	1	1-2-3-1	62
	2	1-4-5-1	
	3	1-6-1	
2	1	1-6-2-1	63
	2	1-4-1	
	3	1-5-3-1	
3	1	1-2-3-1	62
	2	1-4-5-1	
	3	1-6-1	
4	1	1-2-4-1	63
	2	1-6-1	
	3	1-5-3-1	
5	1	1-5-6-1	74
	2	1-2-4-1	
	3	1-6-3-1	
6	1	1-3-6-1	72
	2	1-6-2-1	
	3	1-5-4-1	
7	1	1-2-1	65
	2	1-5-4-1	
	3	1-6-3-1	
8	1	1-4-5-1	74
	2	1-2-4-1	
	3	1-6-3-1	
9	1	1-3-6-1	74
	2	1-6-5-1	
	3	1-4-2-1	
10	1	1-6-5-1	64
	2	1-4-1	
	3	1-2-3-1	
Sampling <i>demand</i> terbanyak	1	1-2-4-5-1	90
	2	1-3-5-6-1	
	3	1-6-2-1	
Sampling <i>demand</i> rata-rata	1	1-4-1	63
	2	1-5-3-1	
	3	1-6-2-1	

Tabel 10. *Unmet Demand* Solusi *Sampling Demand* Rata-Rata

Skenario	Unmet <i>demand</i>	
	Produk 1	Produk 2
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	571 (2,5%)	0
6	2485 (11,5%)	0
7	995 (4,8%)	0
8	832 (3,9%)	0
9	1097 (5,3%)	0
10	1036 (5,4%)	0



#### 4. Kesimpulan

Permasalahan dengan karakteristik *stochastic demand* diselesaikan dengan membangkitkan skenario-skenario diskrit yang kemudian dilakukan proses *sampling demand* terburuk dan rata-rata dengan pendekatan *robust (worst case)* sehingga mendapatkan hasil *worst case* optimal sesuai dengan fungsi tujuan. Hasil dari *sampling demand* terburuk merupakan hasil yang memiliki tujuan meminimalkan kejadian *unmet demand* dengan total biaya yang dibutuhkan sebesar 90, sedangkan hasil dari *sampling demand* rata-rata membutuhkan total biaya yang lebih rendah yaitu 63 tetapi terdapat *unmet demand* pada produk 1 dengan rata-rata 3,3%.

#### Daftar Pustaka

- [1] Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management science*, 6(1), 80-91.
- [2] Sethanan, K., & Pitakaso, R. (2016). Differential evolution algorithms for scheduling raw milk transportation. *Computers and Electronics in Agriculture*, 121, 245-259.
- [3] Lahyani, R., Coelho, L. C., Khemakhem, M., Laporte, G., & Semet, F. (2015). A multi-compartment vehicle routing problem arising in the collection of olive oil in Tunisia. *Omega*, 51, 1-10.
- [4] Ray, S., Soeanu, A., Berger, J., & Debbabi, M. (2014). The multi-depot split-delivery vehicle routing problem: Model and solution algorithm. *Knowledge-Based Systems*, 71, 238-265.
- [5] Eksioglu, B., Vural, A. V., & Reisman, A. (2009). The vehicle routing problem: A taxonomic review. *Computers & Industrial Engineering*, 57(4), 1472-1483.
- [6] Braekers, K., Ramaekers, K., & Van Nieuwenhuyse, I. (2016). The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers & Industrial Engineering*, 99, 300-313.
- [7] Normasari, N. M. E., Warangga, A.S. (2019). Pengembangan Model Matematis Vehicle Routing Problem With Compartment Dengan Karakteristik Split Delivery, Multi Product Dan Time Windows. *Angkasa: Jurnal Ilmiah Bidang Teknologi*, 11(1), 25-34.
- [8] Cao, E., Lai, M., & Yang, H. (2014). Open vehicle routing problem with demand uncertainty and its robust strategies. *Expert Systems with Applications*, 41(7), 3569-3575.
- [9] Aguirre, A., Coccia, M., Zamarripa, M., Méndez, C., & Espuña, A. (2011). A robust MILP-based approach to vehicle routing problems with uncertain demands. In *Computer Aided Chemical Engineering* (Vol. 29, pp. 633-637). Elsevier.