

METODE *MARKOV CHAINS* UNTUK ANALISA PERULANGAN FASIES DI SUB BASIN KILIRAN JAO SUMATRA BARAT

Ani Apriani

Dosen Matematika Jurusan Teknik Geologi
Sekolah Tinggi Teknologi Nasional
Jalan Babarsari, Caturtunggal, Depok, Sleman, Yogyakarta
ani03015@gmail.com

Abstrak

Salah satu ironi dalam aplikasi geologi yaitu kita berhadapan dengan data fasies sebagai fungsi waktu, tetapi jarang dilakukan analisa statistiknya. Metoda Rantai Markov (*Markov Chains*) adalah salah satu cara untuk melakukan analisis perulangan fasies atau jenis batuan yang nantinya akan membantu dalam memprediksi dinamika sedimentasi. Tujuan dari penelitian ini yaitu melakukan analisa perulangan fasies dengan menggunakan metode *markov chains*.

Metode statistik yang digunakan adalah deskriptif evaluatif dan diolah menggunakan Statistik Inferensial yaitu *markov chains* untuk mengetahui analisa perulangan fasies atau jenis batuan.

Berdasarkan hasil analisis diketahui bahwa hadirnya suatu fasies dalam arti luas, tergantung pada fasies sebelumnya. Hal ini ditunjukkan dengan uji *chi square* dengan nilai $\chi^2_{hitung}(104,56) > \chi^2_{tabel}(51)$. Metode *markov chains* dapat melakukan analisa perulangan fasies yaitu dengan melihat matriks probabilitas transisi yang dapat memprediksi kehadiran fasies yang akan muncul selanjutnya sesuai dengan data yang ingin diketahui yang diprediksi dengan hadirnya fasies sebelumnya.

Kata Kunci: Probabilitas, *Markov Chains*, Fasies

1. Pendahuluan

Singkapan batuan di daerah Sub Basin Kiliran Jao, Sumatra Barat menunjukkan variasi fasies yang beragam. Fasies yang berkembang membentuk suatu suksesi vertikal batuan yang menunjukkan suatu siklus sedimentasi. Konsep siklus sedimentasi telah diterima dan diaplikasikan dalam berbagai variasi lingkungan pengendapan dengan tujuan mengetahui dinamika pengendapan.

Daerah penelitian (lokasi penambangan PT Karbindo Abesyapradhi) terletak kurang lebih 60 km ke arah selatan dari Cekungan Ombilin dan selatan – barat daya dari Cekungan Sumatera Tengah (Gambar 1). Secara litostratigrafi daerah ini tersusun oleh Batuan dasar Pre-Tersier, sedimen terumur Paleogen dan endapan berumur Holosen, namun penelitian ini difokuskan pada batuan Grup Pematang, *Brown shale* yang termasuk sedimen Paleogen.



Gambar 1. Peta Lokasi Penelitian di Kiliran Jao Sumatera Barat (modifikasi dari Barber, 2005; dalam Sunardi 2015).

Salah satu ironi dalam aplikasi geologi yaitu kita berhadapan dengan data fasies sebagai fungsi waktu, tetapi jarang dilakukan analisa statistiknya. Metoda Rantai Markov (*Markov Chains*) adalah salah satu cara untuk melakukan analisis perulangan fasies atau jenis batuan yang nantinya akan membantu dalam memprediksi dinamika sedimentasi.

Data diperoleh dari hasil pengukuran stratigrafis ataupun log pemboran. Urutan fasies atau sekuen (*sequence*) di mana terdapat perulangan beberapa jenis fasies dapat dianalisis untuk membantu interpretasinya. Tujuan dari tulisan ini yaitu untuk melakukan analisa perulangan fasies di Sub Basin Kiliran Jao Sumatra Barat dengan menggunakan metode *markov chains*.

2. Landasan teori

2.1 Siklus Sedimentasi

Batuan sedimen merupakan batuan yang paling banyak dijumpai di permukaan bumi yang sebagian besar terbentuk akibat proses sedimentasi. Dalam tahapan investigasi geologi, lapisan batuan atau kumpulan batuan sedimen disebut dengan terminologi fasies. Fasies didefinisikan sebagai masa dari sedimen atau batuan sedimen yang dapat dibedakan dengan masa sedimen atau batuan yang lain berdasarkan ciri geometri, fasies, struktur sedimen, pola arus purba dan fosil (Selly, 1985). Setiap fasies merupakan hasil suatu proses fisika, kimia dan biologi dari lingkungan pengendapan tertentu. Tumpukan dari suatu fasies akan membentuk suksesi vertikal yang disebut dengan sekuen. Perulangan fasies atau ritmik dalam suatu sekuen mewakili perulangan proses sedimentasi yang sama dalam suatu lingkungan pengendapan.

Siklus atau ritmik sedimentasi merupakan seri fasies yang berulang pada suatu suksesi vertikal pengendapan batuan. Ide dari suatu siklus melibatkan repetisi karena suatu siklus dapat dikenali hanya jika suatu unit berulang pada orde yang sama. Sebagai contoh dalam suatu lintasan pengukuran stratigrafi di dapatkan sekuen batuan yang dituliskan dalam kode huruf seperti contohnya ABCABC atau ABCBABCBA atau CBACBA.

2.2 *Markov Chains* (Rantai Markov)

Proses Markov merupakan suatu sistem stokastik di mana kejadian di masa yang akan datang bergantung pada kejadian sesaat sebelumnya. Jika $0 < t_1 < t_2 < t_3 < \dots < t_k < t$ ($k = 1, 2, \dots$) menyatakan titik dalam waktu, maka himpunan peubah acak $\{X_{t_k}\}$ disebut sebagai proses Markov jika memiliki sifat Markov berikut:

$$P\{X_{t_k} = x_k | X_{t_{k-1}} = x_{k-1}, X_{t_{k-2}} = x_{k-2}, \dots, X_{t_0} = x_0\} = P\{x_k | X_{t_{k-1}} = x_{k-1}\}$$

Hillier dan Lieberman (1995) mengatakan nilai dari peubah X pada saat t pada proses ini dinamakan dengan *state*. Apabila sistem tersebut bergerak dari *state* i pada suatu periode waktu ke *state* j pada waktu setelahnya, maka dapat dikatakan sistem tersebut telah mengalami transisi dari i ke j . Peluang transisi satu langkah dari *state* i saat menuju *state* j saat didefinisikan seperti dengan:

$$P_{ij} = P\{X_{t_k} = j | X_{t_{k-1}} = i\}$$

Peluang transisi satu langkah akan lebih mudah jika dinyatakan dalam bentuk matriks dan disebut dengan matriks peluang transisi satu langkah (P). Matriks peluang transisi satu langkah diperoleh dari matriks transisi, di mana matriks transisi adalah matriks berukuran $m \times m$ dengan unsur-unsurnya merupakan perpindahan selangkah. Unsur matriks ini merupakan banyaknya perubahan keadaan dari *state* i ke *state* j . Matriks peluang transisi satu langkah dapat dihitung dengan cara membagi setiap unsur dari matriks transisi dengan total setiap baris di mana unsur itu berada, secara umum dapat dituliskan sebagai:

$$p_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{j=0}^m a_{ij}}$$

di mana a_{ij} adalah banyaknya perubahan keadaan dari *state* i ke *state* j dan $\sum_{j=0}^m a_{ij}$ adalah jumlah pada baris a_{ij} . Matriks peluang transisi harus memenuhi kondisi $\sum_j p_{ij} = 1$, untuk semua i dan $p_{ij} \geq 0$ untuk semua i dan j (Taha, 1996).

2.3 Probabilitas Transisi

Probabilitas Transisi adalah perubahan dari satu status ke status yang lain pada periode (waktu) berikutnya dan merupakan suatu proses random yang dinyatakan dalam probabilitas. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Tabel 1 berikut ini:

Tabel 1. Matriks kemungkinan transisi

Dari keadaan	Pindah ke keadaan ke:					
Ke	1	2	...	<i>j</i>	...	<i>n</i>
1	<i>p</i> 11	<i>p</i> 12	...	<i>p</i> 1 <i>j</i>	...	<i>p</i> 1 <i>n</i>
2	<i>p</i> 21	<i>p</i> 22	...	<i>p</i> 2 <i>j</i>	...	<i>p</i> 2 <i>n</i>
.
<i>i</i>	<i>p</i> <i>i</i> 1	<i>p</i> <i>i</i> 2	...	<i>p</i> <i>i</i> <i>j</i>	...	<i>p</i> <i>i</i> <i>n</i>
.
<i>n</i>	<i>p</i> <i>n</i> 1	<i>p</i> <i>n</i> 2	...	<i>p</i> <i>n</i> <i>j</i>	...	<i>p</i> <i>n</i> <i>n</i>

n adalah jumlah keadaan dalam proses dan *p_{ij}* adalah kemungkinan transisi dari keadaan saat *i* ke keadaan *j*. Jika saat ini berada pada keadaan *i* maka baris *i* dari tabel di atas berisi angka-angka *p_{i1}*, *p_{i2}*, ..., *p_{in}* merupakan kemungkinan berubah ke keadaan berikutnya. Oleh karena angka tersebut melambangkan kemungkinan, maka semuanya melupakan bilangan non negatif dan tidak lebih dari satu. Secara matematis :

$$0 < p_{ij} < 1 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum p_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

2.4 Distribusi Chi Square

Jika kita mempunyai frekuensi observasi sebanyak *k*, yaitu *o₁*, *o₂*, *o₃*, ..., *o_k* dan frekuensi harapan (*expectation*) yaitu *e₁*, *e₂*, *e₃*, ..., *e_k*, maka rumusan chi-kuadrat dituliskan:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(o_j - e_j)^2}{E_j}$$

bila ada kesesuaian antara nilai observasi dan nilai harapan maka hasil χ^2 akan kecil, dan jika $\chi^2 = 0$ maka ada kesesuaian sempurna antara data pengamatan dan data harapan.

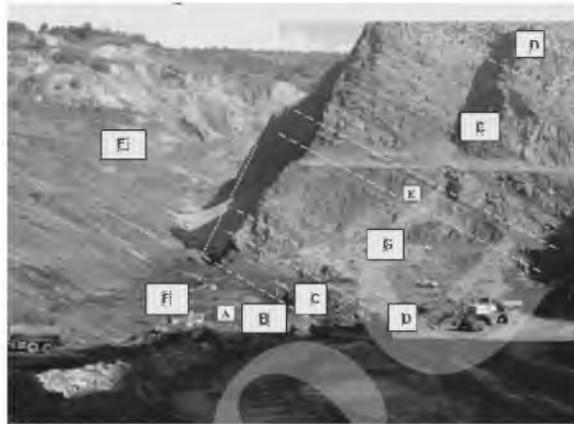
3. Metode penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan ini yaitu deskriptif evaluatif dan diolah menggunakan Statistik Inferensial yaitu metode *markov chains*. Data dalam penelitian berupa data sekunder hasil pengukuran stratigrafis dimana terdapat perulangan beberapa jenis fasies dan dapat dianalisis untuk membantu interpretasinya.

4. Pembahasan

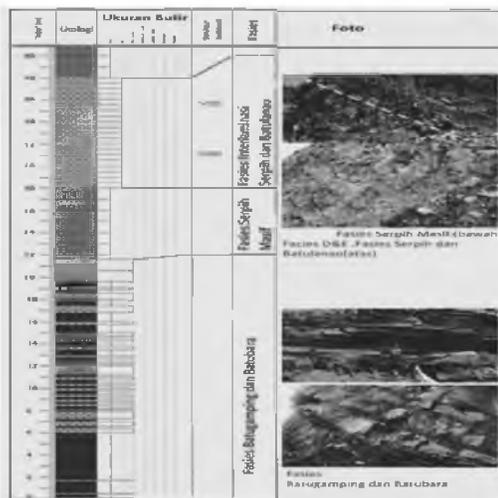
4.1 Deskripsi Data

Perulangan fasies terjadi di unit *Brown Shale* diamati dari bawah ke bagian atas menunjukkan pengulangan siklus sedimentasi yang dapat dibagi menjadi asosiasi fasies (Gambar 2) sebagai berikut:

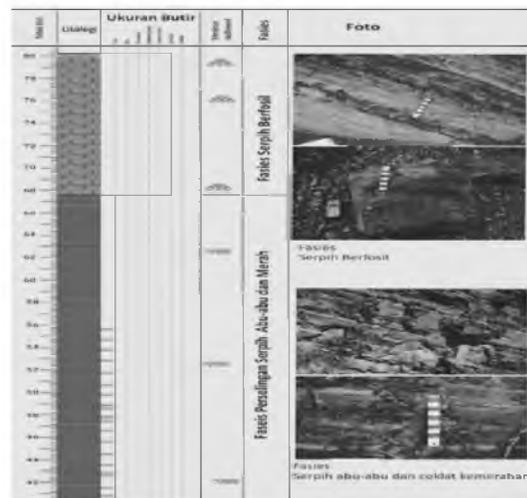


Gambar 2. Singkapan Lithofasies di Tambang Barubara Karpindo (Sunardi, 2015) yang terdiri dari Batubara (A); Batugamping (B), Serpih (C), Interlamniasi batulanau dan serpih (D), Serpih berfosil (E), Interlamniasi batubara dan batugamping (F), Interlamniasi serpih berwarna abu-abu dan serpih merah (G).

Dari gambar 2 terjadi keragaman fasies dalam satu singkapan. Secara detail sekuen litologi dari bawah ke atas ditunjukkan dalam gambar 3 dan gambar 4 berikut:



Gambar 3. Kolom Stratigrafi yang terdiri dari batugamping, serpih, interlamniasi serpih dan batulanau



Gambar 4. Kolom Stratigrafi yang Terdiri Dari Perselingan Serpih Abu-abu dan Merah, dan fasies serpih berfosil

Kisan jarak 0 – 22 meter pada gambar 3 di atas tersusun dari batugamping dan batubara. Batugamping berwarna coklat muda, ukuran butir pasir halus (*micritic*), kadang mengandung lapisan tipis material karbon. Tebal berkisar 3 sentimeter hingga 1 meter, sedangkan batubara berwarna hitam, kilap kaca, pecahan konkoidal dengan retakan yang kadang terisi dengan pirit. Batugamping semakin kearah atas semakin tebal sedangkan batubara cenderung menipis. Sehingga dengan mengambil interval 2 meter pada sekuen ini terdapat tiga fasies yaitu batubara (A), batugamping (B) dan interlamniasi batubara dan batugamping (F). Selanjutnya untuk jarak 22 – 28 meter tersusun dari serpih dengan ciri-ciri berwarna abu-abu, masif kadang bersifat karbonan dan karbonatan. Sehingga dengan mengambil interval 2 meter maka pada sekuen ini hanya ada fasies serpih (C). Sekuen untuk jarak 28 – 38 meter merupakan interlamniasi yang tersusun atas batulanau dengan serpih, karbonan dan karbonatan. Berdasarkan ciri-ciri tersebut untuk interval 2 meter fasies yang muncul adalah interlamniasi batulanau dan serpih (D).

Deskripsi untuk jarak 40 – 68 meter merupakan perselingan serpih berwarna abu-abu dan merah. Serpih abu-abu bersifat karbonan dan karbonatan. Serpih berwarna coklat kemerah-merahan, karbonatan. Batupasir karbonatan, warna abu-abu kehijauan, ukuran butir pasir sangat halus, bergradasi sangat tipis dan batulanau berwarna abu-abu dan sering hadir sebagai laminasi. Berdasarkan deskripsi tersebut untuk interval 2 meter maka fasies yang hadir adalah Interlamniasi serpih berwarna abu-abu dan serpih merah (G). Deskripsi untuk jarak 68 – 80 meter yaitu perlapisan berwarna coklat gelap-hitam dengan kandungan fosil gastropoda yang melimpah dan sedikit fosil moluska. Fosil umumnya dijumpai pada bagian bawah lapisan dan lebih tersebar dibagian atas. Sehingga fasies yang hadir untuk interval 2 meter pada jarak ini adalah serpih berfosil (E).

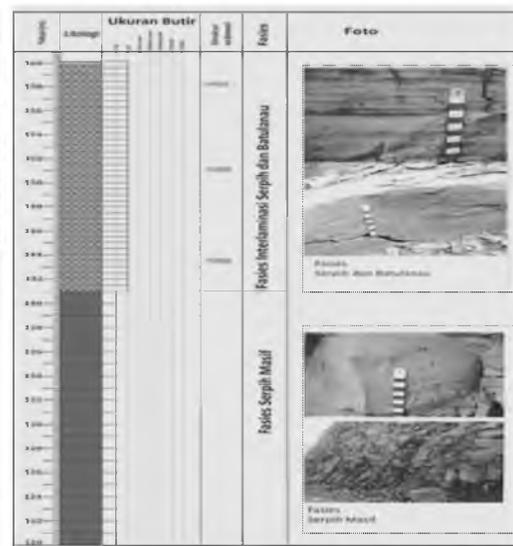
Kolom stratigrafi untuk jarak 80 – 120 meter dapat dilihat pada gambar 5. Deskripsi sekuen untuk jarak 80 – 120 meter di atas tersusun oleh serpih, warna coklat gelap, masif, kadang bersifat karbonan dan karbonatan. Fasies yang hadir untuk interval 2 meter pada jarak ini adalah Serpih (C).

Selanjutnya pada gambar 6 untuk jarak 120 – 140 meter terdiri dari fasies serpih masif, warna coklat gelap, kadang bersifat karbonan dan karbonatan. Dengan demikian, fasies yang hadir untuk interval 2 meter pada jarak ini adalah serpih (C). Urutan selanjutnya untuk jarak 140 – 160 meter fasies interlamniasi serpih dan batulanau tersusun atas laminasi serpih karbonatan lanauan-pasiran dengan serpih karbonan, sehingga fasies yang hadir untuk interval 2 meter pada jarak ini adalah interlamniasi batulanau dan serpih (D). Kolom

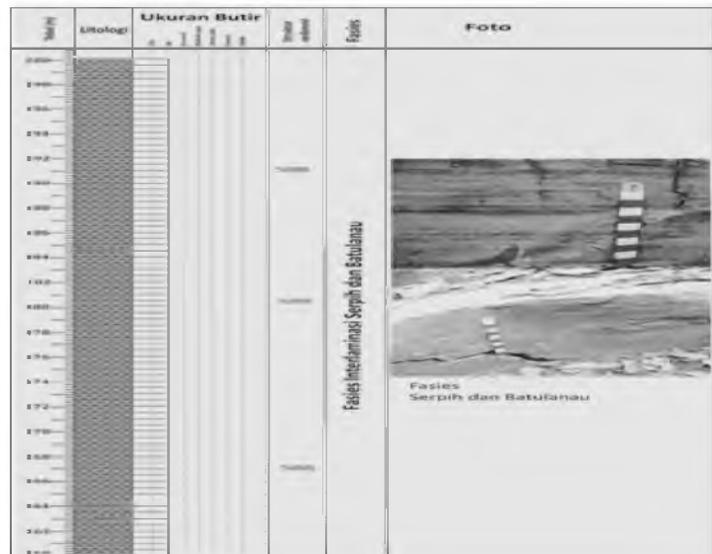
stratigrafi terakhir pada singkapan lithofasies di Tambang Barubara Karpindo sebagai berikut pada gambar 7.



Gambar 5. Kolom stratigrafi yang terdiri dari serpilh



Gambar 6. Kolom Stratigrafi yang terdiri dari serpilh (C) dan interlamiasi batulanau dan serpilh (D)



Gambar 7. Kolom Stratigrafi yang Terdiri dari serpilh dan interlamiasi batulanau dan serpilh (D)

Deskripsi sekuen untuk jarak 160 – 200 meter merupakan fasies interlamiasi serpilh dan batulanau. Dengan demikian fasies yang hadir untuk interval 2 meter pada jarak ini adalah interlamiasi Batulanau dan serpilh (D).

4.2 Analisis Data dan Pembahasan

Markov Chains

Hasil dari pengamatan batuan yaitu perubahan sekuen fasies batubara (A), batugamping (B), serpih (C), interlamnasi batulanau dan serpih (D), Serpih berfosil (E), interlamnasi batu bara dan batugamping (F), interlamnasi serpih berwarna abu-abu dan serpih merah (G). Sehingga jenis fasies dapat disusun sebagai berikut:

Tabel 2. Urutan Statigrafi yang telah ditunjukkan Oleh Gambar 3 sampai dengan Gambar 7

Bottom	F	A	A	F	F	F	F	F	F	F	B	C	C	C	D	D	D	D	D	G
	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	G	E	E	E	E	E	E	E
	E	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
	Top																			

Berdasarkan tabel 2 di atas urutan stratigrafi di atas maka dapat disusun matriks frekuensi transisi sebagai berikut:

		Ke:							Jumlah Baris
		A	B	C	D	E	F	G	
Dari:	A	1	0	0	0	0	1	0	2
	B	0	0	1	0	0	0	0	1
	C	0	0	30	2	0	0	0	32
	D	0	0	0	33	0	1	1	35
	E	0	0	1	0	6	0	0	7
	F	1	1	0	0	0	6	0	8
	G	0	0	0	0	1	0	14	15
Jumlah Kolom		2	1	32	35	7	8	15	100

Matriks frekuensi transisi di atas dapat dibentuk matriks probabilitas transisi. Berdasarkan matriks tersebut dapat dilihat jumlah ke arah baris akan sama dengan jumlah ke arah kolom. Kecenderungan perubahan dari satu keadaan ke keadaan lainnya dapat dibuat dalam bentuk fraksi desimal atau prosentase, dengan membagi setiap elemen dengan jumlah ke arah baris. Dalam pengertian probabilitas kita lihat sebagai estimasi suatu probabilitas bersyarat $P(j/I)$, probabilitas keadaan j akan merupakan keadaan sesudahnya dari yang ada, ditentukan oleh keadaan saat ini yaitu I , atau dituliskan sebagai $P(I \rightarrow j)$, yaitu probabilitas keadaan I yang akan diikuti oleh keadaan j . Maka hasil matrik probabilitas transisinya:

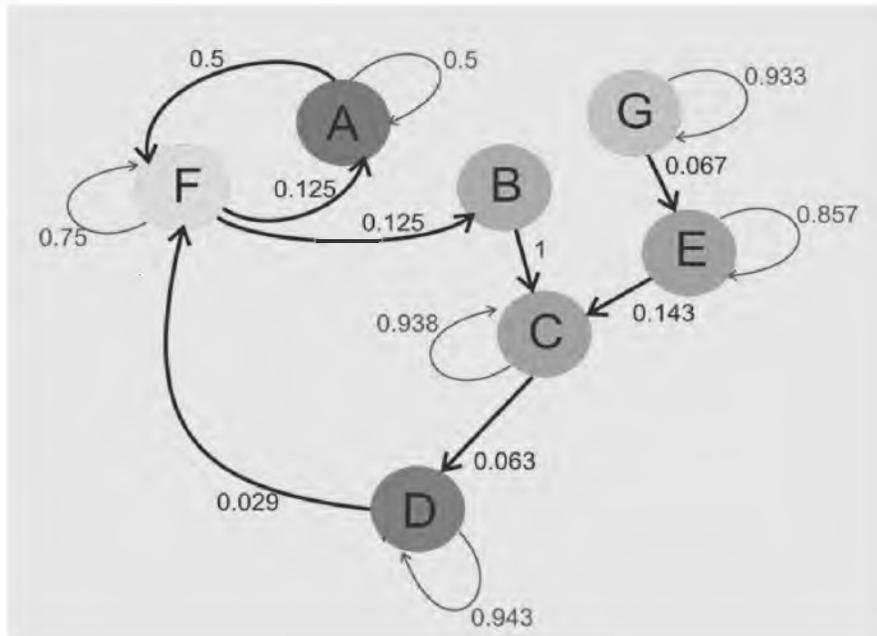
	A	B	C	D	E	F	G	Jumlah Baris
A	0.5	0	0	0	0	0.5	0	1
B	0	0	1	0	0	0	0	1
C	0	0	0.938	0.063	0	0	0	1
Dari: D	0	0	0	0.943	0	0.029	0.029	1
E	0	0	0.143	0	0.857	0	0	1
F	0.125	0.125	0	0	0	0.75	0	1
G	0	0	0	0	0.067	0	0.933	1

Dari matriks probabilitas diatas dapat dibuat diagram siklus transisi dari fasies satu terhadap fasies lainnya. Diagram pada gambar 8 di bawah ini menunjukkan bahwa ada dua siklus (tidak termasuk transisi diri atau *self transition*) di mana nampak ada kejadian:

Interlaminsi Batubara dan Batugamping → Batubara → Interlaminsi Batubara dan Batugamping

dan

Interlaminsi Batubara dan Batugamping → Batugamping → Serpih → Interlaminsi Batulanau dan Serpih → Interlaminsi Batubara dan Batugamping



Gambar 8. Siklus Fasies dari Matriks Probabilitas Transisi

Secara lebih rinci gambaran dari matriks probabilitas transisi bahwa jika mengambil contoh berada pada keadaan fasies C (Serpih) pada suatu titik tempat, maka probabilitas dari fasies C (Serpih) ke fasies lainnya adalah:

Keadaan A (Batubara) = 0

Keadaan B (Batugamping)	= 0
Keadaan C (Serpilh)	= 0.9375
Keadaan D (Interlaminasi batulanau dan serpilh)	= 0.063
Keadaan E (Serpilh berfosil)	= 0
Keadaan F (Interlaminasi batubara dan batugamping)	= 0
Keadaan G (Interlaminasi serpilh dan serpilh merah)	= 0

Mengetahui transisi fasies ke fasies lainnya tentu menyulitkan jika dilakukan satu per satu secara manual, sedangkan tujuan yang diinginkan adalah mengetahui probabilitas terbesar dari perubahan transisi suatu fasies akan menjadi fasies lainnya. Untuk memudahkan dalam mengetahui probabilitas maka digunakan bantuan *software* MATLAB. Tahap pertama sesuai dengan gambar 8 dapat diberikan hasil sebagai berikut.

```
>> marcov_chain(data,1);
```

tahap ke : 1

46 0.0286

47 0.0286

34 0.0625

75 0.0667

61 0.1250

62 0.1250

53 0.1429

11 0.5000

16 0.5000

66 0.7500

55 0.8571

77 0.9333

33 0.9375

44 0.9429

23 1.0000

Keterangan:

1 = A (Batubara)

2 = B (Batugamping)

3 = C (Serpilh)

4 = D (Interlaminasi batulanau dan serpilh)

5 = E (Serpilh berfosil)

6 = F (Interlaminasi batubara dan batugamping)

dan 7 = G (Interlaminasi serpih dan serpih merah)

Simulasi selanjutnya untuk memahami matriks probalitas ini, akan mengestimasi macam fasies apa yang akan muncul untuk jarak empat meter lagi yaitu dua pengamatan dari titik ini. Misalkan dimulai dengan serpih (C) di atas dilanjutkan dengan interlaminasi batulanau dan serpih (D), maka probabilitas dari interlaminasi batulanau dan serpih (D) berikutnya untuk estimasi fasies adalah:

Keadaan A (Batubara)	= 0
Keadaan B (Batugamping)	= 0
Keadaan C (Serpih)	= 0
Keadaan D (Interlaminasi batulanau dan serpih)	= 0.9375
Keadaan E (Serpih berfosil)	= 0
Keadaan F (Interlaminasi batubara dan batugamping)	= 0.0285
Keadaan G (Interlaminasi serpih dan serpih merah)	= 0.0285

Sehingga probabilitas bahwa sekuen fasies akan menjadi serpih → interlaminasi batulanau dan serpih → Interlaminasi batubara dan Batugamping adalah:

$$P(C \rightarrow D) \times P(D \rightarrow F) = 0,063 \times 0.0285 = 0.0018$$

Hasil tersebut bisa ditunjukkan menggunakan *software* MATLAB maka dapat ditunjukkan hasil secara lengkap sebagai berikut.

```
>> marcov_chain(data,2);
```

```

346 0.0018    334 0.0586    623 0.1250
347 0.0018    344 0.0589    533 0.1339
475 0.0019    775 0.0622    111 0.2500
461 0.0036    611 0.0625    116 0.2500
462 0.0036    616 0.0625    166 0.3750
534 0.0089    234 0.0625    666 0.5625
753 0.0095    161 0.0625    555 0.7347
466 0.0214    162 0.0625    777 0.8711
477 0.0267    661 0.0938    333 0.8789
446 0.0269    662 0.0938    444 0.8890
447 0.0269    553 0.1224    233 0.9375
755 0.0571
```

Dari hasil tersebut bisa dianalisis bahwa jika dimulai dari serpih (C) kemungkinan terbesar fasies selanjutnya (satu pengamatan) adalah serpih dan dua pengamatan selanjutnya masih jatuh pada fasies serpih.

Simulasi ini bisa diaplikasikan sesuai dengan keperluan. Misalkan untuk memprediksi 3 pengamatan selanjutnya maka hasil yang muncul dari program dibuat dengan *software* MATLAB ini adalah:

```
>> marcov_chain(data,3);
```

tahap ke : 3

3475	0.0001	4661	0.0027	1161	0.0313	6661	0.0703
3461	0.0002	4662	0.0027	1162	0.0313	6662	0.0703
3462	0.0002	4461	0.0034	6111	0.0313	6623	0.0938
5346	0.0003	4462	0.0034	6116	0.0313	5553	0.1050
5347	0.0003	4623	0.0036	1611	0.0313	5533	0.1148
4753	0.0003	5534	0.0077	1616	0.0313	6233	0.1172
7534	0.0006	6161	0.0078	6166	0.0469	1111	0.1250
3466	0.0013	6162	0.0078	1661	0.0469	1116	0.1250
4755	0.0016	6234	0.0078	1662	0.0469	5333	0.1256
3477	0.0017	7553	0.0082	6611	0.0469	1166	0.1875
3346	0.0017	5334	0.0084	6616	0.0469	1666	0.2813
3347	0.0017	5344	0.0084	7555	0.0490	6666	0.4219
3446	0.0017	7753	0.0089	7755	0.0533	5555	0.6297
3447	0.0017	7533	0.0089	3334	0.0549	7777	0.8130
4775	0.0018	4666	0.0161	3344	0.0552	3333	0.8240
2346	0.0018	4466	0.0202	3444	0.0556	4444	0.8382
2347	0.0018	4777	0.0249	7775	0.0581	2333	0.8789
4611	0.0018	4477	0.0251	2334	0.0586		
4616	0.0018	4446	0.0254	2344	0.0589		
4475	0.0018	4447	0.0254	1623	0.0625		

A. Uji *Chi Square*

Uji *chi square* dilakukan untuk menjawab apakah hadirnya suatu fasies tergantung pada fasies sebelumnya. Pertanyaan tersebut memerlukan suatu uji statistik yang relevan dengan permasalahan tersebut. Tahapan yang dilakukan dalam uji ini dapat diberikan sebagai mana pembahasan di bawah ini.

Jika kita membagi angka jumlah total pada arah baris dari matrik transisi frekuensi, dengan jumlah banyaknya transisi, maka didapat proporsi relatif dari tujuh fasies yang ada dalam sekuen tersebut. Nilai ini dinamakan marginal atau vektor probabilitas pasti. Disini $A = 2/100$ atau 0,02; $B = 1/100$ atau 0,01; $C = 32/100$ atau 0,32; $D = 35/100$ atau 0,35; $E = 7/100$ atau 0,07; $F = 8/100$ atau 0,08 dan $G = 15/100$ atau 0,15, sehingga vektornya:

A	0.02
B	0.01
C	0.32
D	0.35
E	0.07
F	0.08
G	0.15

Probabilitas gabungan dari dua kejadian A dan B adalah:

$$P(A, B) = P(B/A)P(A) \text{ atau}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A, B)}{P(A)}$$

Jika kejadian keadaan A dan B bersifat independen atau tidak bersyarat:

$$P(A, B) = P(A) P(B)$$

dan

$$P(B/A) = \frac{P(A)P(B)}{P(A)} = P(B)$$

Jika semua probabilitas tersebut bersifat independen, maka hubungan yang sama untuk suatu transisi menjadi:

$$P(B/A) = P(B/B) = P(B/C) = P(B/D) = P(B)$$

Hubungan tersebut memungkinkan kita untuk memprediksi apakah matrik probabilitas transisi akan mirip jika kehadiran suatu keadaan fasies di suatu tempat dalam kisaran interval stratigrafi adalah independen sama sekali terhadap fasies berikutnya. Matriks probabilitas transisi yang diharapkan akan berupa baris yang identik dengan vektor probabilitas pasti.

Berdasarkan vektor probabilitas pasti maka matrik probabilitas transisi yang diharapkan yaitu:

	A	B	C	D	E	F	G
A	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15
B	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15
C	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15
D	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15
E	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15
F	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15
G	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15

Kemudian dengan membandingkan matrik probabilitas transisi tersebut diatas dengan matrik probabilitas transisi yang secara aktual kita amati untuk menguji hipotesis bahwa semua keadaan fasies independen terhadap kejadian yang mendahuluinya. Ini dilakukan

dengan uji chi kuadrat, dan pertama kali konversikan probabilitas angka harapan kehadiran dengan mengalikan masing-masing baris dengan total yang ada:

Probabilitas Transisi Harapan							Total	Frekuensi Harapan						
0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15	X 2	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.
0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15	X 1	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.
0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15	X 32	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.
0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15	X 35	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.
0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15	X 7	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.
0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15	X 8	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.
0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.15	X 15	0.02	0.01	0.32	0.35	0.07	0.08	0.

Uji dengan cara *chi square* yaitu angka transisi hasil pengamatan dari satu keadaan ke keadaan lain, dan banyaknya transisi yang diharapkan jika perulangannya bersifat independen, dengan derajat bebas $(m - 1)^2$ di mana m adalah banyaknya keadaan.

Kategori yang dipakai dalam test yaitu transisi $C \rightarrow C$, $C \rightarrow D$, $D \rightarrow C$, dan $D \rightarrow D$. Kategori gabungan dapat dibentuk untuk semua elemen pada baris A, semua elemen pada baris B, semua elemen pada baris E, semua elemen pada baris F, dan semua elemen pada baris G, serta kombinasi transisi $C \rightarrow A$, $C \rightarrow B$, $C \rightarrow E$, $C \rightarrow F$, $C \rightarrow G$, $D \rightarrow A$, $D \rightarrow B$, $D \rightarrow E$, $D \rightarrow F$, dan $D \rightarrow G$.

Kemudian matriks frekuensi transisi pengamatan (observasi) dan sebuah matriks frekuensi transisi random harapan tersebut kita uji dengan *chi square*. Sebagaimana selalu diingatkan bahwa pada uji chi kuadrat maka kita harus membuat nilai harapan (*expected value*), sementara sudah mempunyai nilai pengamatan (*observed value*).

Disini:

Ho: Bahwa data tersebut berasal dari suatu populasi transisi yang random, probabilitas urutan fasies tidak tergantung dengan fasies yang menutupinya.

H1: Data tersebut berasal dari suatu populasi transisi yang sifatnya tidak random.

Kita gunakan dengan data:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(O_j - E_j)^2}{E_j}$$

Kemudian dengan derajat bebas (*degree of freedom*): $V = \{ (\text{banyaknya litologi}) - 1 \}^2$, maka $v = (7-1)^2 = 36$; dan $\alpha = 0,05$ sehingga nilai kritis atau nilai chi-kuadrat dari tabel yaitu $\chi^2_{0,05;36} = 51$.

Nilai hasil hitungan ternyata lebih besar daripada nilai kritis dari tabel, yaitu $\chi^2_{hitung} (104,56) > \chi^2_{tabel} (51)$, sehingga kita menolak hipotesa nol dan mengambil kesimpulan bahwa ada suatu signifikan bahwa bahwa hadirnya suatu fasies, dalam arti luas, tergantung pada fasies sebelumnya.

Tabel 3. Data Uji *Chi Square*

Kelas	O_j	E_j	$(O_j-E_j)^2/E_j$
C-C	30	10.24	38.13063
C-D	0.0625	11.2	11.07535
D-C	0	11.2	11.2
D-D	33	12.25	35.14796
ROW A	2	2	0
ROW B	1	1	0
ROW E	7	7	0
ROW F	8	8	0
ROW G	15	15	0
Lainnya	8	22.11	9.004618

$$\Sigma=104.5586$$

5. Kesimpulan

1. Hadirnya suatu fasies dalam arti luas, tergantung pada fasies sebelumnya. Hal ini ditunjukkan dengan uji *chi square* dengan nilai $\chi^2_{hitung} (104.56) > \chi^2_{tabel}(51)$

2. Terdapat dua siklus fasies berdasarkan hasil analisis data yaitu

Interlaminasi Batu Bara dan Batu Gamping → Batubara → Interlaminasi Batu Bara dan Batu Gamping

dan

Interlaminasi Batu Bara dan Batu Gamping → Batugamping → Serpih → Interlaminasi Batulanau dan Serpih → Interlaminasi Batu Bara dan Batu Gamping

3. Metode *markov chains* dapat melakukan analisa perulangan fasies yaitu dengan melihat matriks probabilitas transisi yang dapat memprediksi kehadiran fasies yang akan muncul selanjutnya sesuai dengan data yang ingin diketahui yang diprediksi dengan hadirnya fasies sebelumnya.

Daftar Pustaka

- Davis, John C., 2002, *Statistics and Data Analysis In Geology*, John Wiley & Sons, Inc. New York.
- Hillier, F.S. dan Lieberman, 1995, *Introduction to Operations Research*, Sixth Edition, Mc. Graw Hill Inc., Singapore.
- Selly, R.C., 1985, *Ancient Sedimentary Environment*, Cornell University Press, Great Britain.
- Sunardi, E., 2015, *The Lithofacies Association of Brown Shales In Kiliran Jao Subbasin, West Sumatra Indonesia*. *Indonesia Journal on Geoscience*, 2 (2) p.77-90. DOI:10.17014/IJOG.2.277-90.
- Supriharyono, 2002, *Intisari Materi Kuliah Metodologi Penelitian*. Program Pasca Sarjana Magister Teknik Sipil Universitas Diponegoro. Semarang.
- Taha, H.A., 1996, *Riset Operasi-Suatu Pengantar*, Edisi ke-5 Jilid 2, Binarupa Aksara, Jakarta.